

التمرين رقم 01 : " المتتاليات العددية "

( $u_n$ ) المتتالية العددية المعرفة بـ:  $u_0 = 1$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1$

(1) برهن بالتراجع أنه: من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $u_n < 3$

(2) بيّن أن ( $u_n$ ) متزايدة تماما.

(3) ( $v_n$ ) المتتالية العددية المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $v_n = u_n - 3$

(أ) بيّن أن المتتالية ( $v_n$ ) هندسية أساسها  $\frac{2}{3}$  يُطلب تعيين حدّها الأول  $v_0$

(ب) عيّن عبارة الحدّ العام  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج أنه: من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $u_n = -2\left(\frac{2}{3}\right)^n + 3$

(ج) احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) نضع: من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$  و  $T_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

احسب  $S_n$  بدلالة  $n$  ثم بيّن أنه: من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $T_n = 3n - 3 + 4\left(\frac{2}{3}\right)^n$

التمرين رقم 02 : " الاحتمالات "

كيس يحوي 10 كريات لا نفرق بينها باللمس منها 3 كريات بيضاء، 6 كريات حمراء وواحدة خضراء.

نرمز للكرية البيضاء بالرمز  $B$ ، وللكرية الحمراء بالرمز  $R$  وللخضراء بالرمز  $V$

(I) نسحب من الكيس على التوالي كرتين دون إرجاع. ونعتبر الحادثتين:

$A$  " الحصول على كرية بيضاء في السحب الثاني " و  $C$  " الحصول على كرية حمراء في السحب الأول ".

1- شكل شجرة الاحتمالات لهذه التجربة

2- احسب  $P(A)$ ،  $P(A \cap C)$  و  $P_A(C)$ .

3- احسب  $P(C)$ ، واستنتج هل الحادثتين  $A$  و  $C$  مستقلتين؟

(II) نسحب من الكيس عشوائيا وفي آن واحد كرتين.

$X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات البيضاء المسحوبة.

1- عرف قانون احتمال  $X$ ، واحسب الأمل الرياضي  $E(X)$ .

2- احسب  $P(X^2 - 4X = 0)$

التمرين رقم 03 : " الأعداد المركبة "

1- حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة:  $(z - 1 + i)(z^2 + 2z + 4) = 0$

نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  النقط  $A, B$  و  $C$  لواحقها على

الترتيب  $z_A = -1 + i, z_B = -1 + i\sqrt{3}$  و  $z_C = \overline{z_B}$

2- اكتب على الشكل الأسّي كل من الأعداد:  $z_A, z_B, z_C$

3- اكتب  $\frac{z_A}{z_B}$  على الشكل الجبري ثم الشكل المثلثي، استنتج القيمة المضبوطة لـ  $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$  و  $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$

4- بين أن:  $\left(\frac{z_B}{2}\right)^{2023} + \left(\frac{z_C}{2}\right)^{1444} = -1$

التمرين رقم 04 : " الدالة الأسية "

$x$	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$g(x)$	$-1$	$g\left(-\frac{1}{2}\right)$	$+\infty$

(I) الجدول المقابل يُمثل تغيرات الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:

$$g(x) = -1 + (2x - 1)e^x$$

(1) أثبت أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $0,7 < \alpha < 0,8$

(2) استنتج حسب قيم  $x$  إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$

(II)  $f$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = -x + 4 + (2x - 3)e^x$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ثم بيّن أن:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

ب) بيّن أن المستقيم  $(\Delta)$  ذا المعادلة  $y = -x + 4$  مقارب مائل لـ  $(C_f)$  عند  $-\infty$

ج) ادرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى  $(\Delta)$

(2) أ) بيّن أنه: من أجل كل عدد حقيقي  $x, f'(x) = g(x)$

ب) استنتج أن  $f$  متناقصة تماما على  $]-\infty; \alpha[$  و متزايدة تماما على  $[\alpha; +\infty[$  ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) أ) أثبت أن  $(C_f)$  يقبل مماسا  $(T)$  يوازي  $(\Delta)$  يُطلب تعيين معادلة له.

ب) ارسم  $(\Delta), (T)$  و  $(C_f)$  ( نأخذ :  $f(2) = 9,4$  و  $f(\alpha) = 0,1$  )

ج) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي  $m$  التي من أجلها تقبل المعادلة  $f(x) = -x + m$  حلين بالضبط.

(4)  $F$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $F(x) = (-2x + 5)e^x$

أ) تحقّق أن  $F$  أصلية للدالة  $x \mapsto (-2x + 3)e^x$  على  $\mathbb{R}$

ب) استنتج مساحة الحيز المستوي المحدّد بـ  $(C_f)$  والمستقيمت التي معادلاتها

$$x = 0 \text{ و } x = -1, y = -x + 4$$

الموضوع التدريبي رقم 02 : بكالوريا علوم تجريبية

◀ التمرين الأول: (03.00)

- في كل حالة من الحالات الثلاث الآتية، أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير بدقة
- ①  $z_1$  و  $z_2$  عدنان مركبان مع  $\bar{z}_1$  مرافق  $z_1$  و  $\bar{z}_2$  مرافق  $z_2$ . نعتبر الجملة  $(S): \begin{cases} 2z_1 - z_2 = -3 \\ 2\bar{z}_1 + \bar{z}_2 = -3 - 2i\sqrt{3} \end{cases}$  [01.00]
- العدنان المركبان حلي الجملة  $(S)$ ، هما:  $(z_1; z_2) \in \{(-3 + \sqrt{3}i; \sqrt{3}i)\}$
- ② نعتبر العدد المركب  $A$ ، حيث:  $A = \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{1444} + \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{2023}$  [01.00]
- العدد  $A$  حقيقي
- ③ نعتبر في المستوي المركب  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  النقطة  $A$  ذات اللاحقة  $z_A = 1 - 2i$  [01.00]
- المجموعة  $(\Gamma)$  للنقط  $M$  من المستوي ذات اللاحقة  $z$  التي تحقق:  $|\sqrt{3} + i| = |2\bar{z} - 2 - 4i|$  هي:  
• الدائرة ذات المركز  $A$  ونصف القطر 1

◀ التمرين الثاني: (05.00)

- نعتبر المتتالية  $(u_n)$  المعرفة بعدها الأول  $u_0 = \frac{3}{2}$  ومن أجل كل  $n \in \mathbb{N}$  ب:  $u_{n+1} = \frac{2u_n}{2u_n + 5}$
- ① برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  لدينا:  $u_n > 0$  [00.75]
- ② ادرس اتجاه تغير  $(u_n)$ ، ثم استنتج أنها متقاربة [00.75]
- ③ أ / بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  لدينا:  $0 < u_{n+1} < \frac{2}{5}u_n$  [00.50]
- ب / استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ : فإن  $0 < u_n < \frac{3}{2}\left(\frac{2}{5}\right)^n$  ثم أوجد  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n)$  [00.75]
- ④  $(v_n)$  متتالية معرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي:  $v_n = \frac{4u_n}{2u_n + 3}$  [00.50]
- ب / بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها  $\frac{2}{5}$
- ج / اكتب بدلالة  $n$  عبارة  $u_n$  و  $v_n$  [01.00]
- د / احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n)$  بطريقة أخرى [00.25]
- ⑤ عيّن بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = \frac{6}{2u_0 + 3} + \frac{6}{2u_1 + 3} + \dots + \frac{6}{2u_n + 3}$  [00.50]

◀ التمرين الثالث: ﴿04.25﴾

يُراد تشكيل فرقة استكشاف للبرية تضم 3 أعضاء منهم قائد ومُسعف ومقتضي أثر، من بين 4 رجال

$F_3, F_2, F_1$  و  $H_4, H_3, H_2, H_1$  و 3 نساء

1 احسب احتمال كل من الحوادث التالية: [01.50]

A، "كل أعضاء الفرقة رجال"

B، "الفرقة تضم على الأكثر امرأة"

C، "  $H_1$  هو المُسعف في هذه الفرقة "

2 بين أن  $P(B \cap C) = \frac{1}{5}$  [00.75]

3 نعتبر المتغير العشوائي الذي يرفق بكل فرقة بحث عدد الرجال فيها

أ/ عيّن قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X [01.00]

ب/ احسب احتمال الحدث: " $|X| < X^2$ " [00.50]

ج/ احسب  $E(X)$  الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X [00.50]

◀ التمرين الرابع: ﴿07.75﴾

المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  حيث:  $\|\vec{i}\| = 1cm$  و  $\|\vec{j}\| = 2cm$

I نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  بـ:  $g(x) = 1 + x^2 - 2x^2 \ln(x)$ ، و  $(C_g)$  تمثيلها البياني [01.25]

1 ادرس تغيرات الدالة  $g$  على المجال  $]0; +\infty[$ ، ثمّ شكل جدول تغيراتها [00.25]

2 بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  يحقق  $1.8 < \alpha < 1.9$  [00.25]

3 استنتج إشارة  $g(x)$  على المجال  $]0; +\infty[$  [00.25]

II نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  بـ:  $f(x) = \frac{\ln x}{x^2 + 1}$ ، و  $(C_f)$  تمثيلها البياني

1 احسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، ثمّ فسّر النتيجة هندسياً [01.00]

2 أ/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $]0; +\infty[$ ،  $f'(x) = \frac{g(x)}{x(x^2 + 1)^2}$  [00.50]

ب/ استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  على  $]0; +\infty[$ ، ثمّ شكل جدول تغيراتها [00.50]

3 بين أن  $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha^2}$ ، ثمّ استنتج حصرًا لـ  $f(\alpha)$  سعته  $10^{-2}$  [00.75]

4 عيّن إحداثي تقاطع  $(C_f)$  مع حامل محور الفواصل، ثمّ مثل المنحنى  $(C_f)$  [01.25]

III  $G$  الدالة العددية المعرفة على  $]0; +\infty[$  بـ  $G(x) = \int_1^x g(t) dt$

1 باستعمال المكاملة بالتجزئة، بين أن الدالة  $H: x \mapsto \frac{x^3}{3} \left( \ln x - \frac{1}{3} \right)$  دالة أصلية للدالة [01.00]

$h: x \mapsto x^2 \ln x$  على المجال  $]0; +\infty[$

2 عيّن عبارة  $G(x)$  [00.50]

3 احسب بدلالة  $\alpha$  العدد  $A_\alpha$  مساحة الحيز المستوي المحدد بـ  $(C_g)$  وحامل محور الفواصل [00.50]

والمستقيمان الذان معدلتاهما  $x = \alpha$  و  $x = 1$

الموضوع التدريبي رقم 03 : بكالوريا علوم تجريبية

التمرين 01 : " الأعداد المركبة "

- I. حل في  $C$  المعادلة ذات المجهول  $z$  التالية :  $(z + 2)(z^2 + 2z + 4)(z^2 + 6z + 12) = 0$ .  
 نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{v})$ , النقط  $A, B, C, D, E$ .  
 بحيث:  $Z_A = -2$ ,  $Z_B = -1 + i\sqrt{3}$ ,  $Z_C = \overline{Z_B}$ ,  $D$  نظيرة  $B$  بالنسبة إلى  $A$  و  $Z_E = \overline{Z_D}$ .
1. أحسب كلا من :  $|Z_B + 2|$ ,  $|Z_C + 2|$ ,  $|Z_D + 2|$  و  $|Z_E - Z_A|$  ثم إستنتج أن النقط الأربعة  $A, B, C, D$  و  $E$  تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها وطول نصف قطرها.
  2. اكتب كلا من  $Z_A$  و  $Z_B$  على الشكل الأسّي. ثم تحقق أن  $Z_D = -3 - i\sqrt{3}$ .
  3. بين أن العدد :  $\left(\frac{Z_A}{2}\right)^{2022} + \left(\frac{Z_B}{2}\right)^{2022}$  حقيقي موجب.
  5. لتكن النقطة  $K$  بحيث  $Z_K = -Z_C$  أثبت أن النقط  $O, K$  و  $C$  في إستقامة.
  6. أحسب  $\frac{Z_K - Z_B}{Z_C - Z_B}$  ثم إستنتج طبيعة المثلث  $KBC$ .

التمرين 02 : " الاحتمالات "

يحتوي كيس على 4 كريات خضراء مرقمة بـ  $-1; 0; 1; 1$  و 3 كريات حمراء مرقمة بـ  $0; 0; 1$  و كرتين بيضاوين مرقمتين بـ  $-1; 0$  كل الكرات متجانسة لانفرق بينها باللمس. نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كرات من هذا الكيس.

1. أحسب إحتمال الحوادث التالية:
- $A$ : الحصول على كرات من نفس اللون .  $B$ : الحصول على كرات مجموع ارقامها يساوي 0.  
 $C$ : الحصول على 3 كرات تشكل العلم الوطني الجزائري.
2. بين أن  $P(A \cap B) = \frac{1}{42}$ . هل الحدثن  $A$  و  $B$  مستقلان؟ برر جوابك.
  3. إذا كان مجموع الأرقام يساوي 0. ماإحتمال أن تكون الكرات من نفس اللون؟.
  4. ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع أرقام الكرات المسحوبة.
- (I) اثبت أن :  $X = \{-2; -1; 0; 1; 2; 3\}$  ثم عرف قانون الإحتمال لـ  $X$ .

التمرين 03 : " المتتاليات العددية "

$(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة بـ :  $u_0 = 13$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + \frac{4}{5}$

(1) أ) برهن بالتراجع أنه: من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_n > 1$  .

ب) أدرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  واستنتج أنها متقاربة.

(2)  $(v_n)$  المتتالية العددية المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ :  $v_n = \ln(u_n - 1)$  .

أثبت أنّ المتتالية  $(v_n)$  حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

(3) اكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم بين أنه: من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_n = 1 + \frac{12}{5^n}$  واحسب عندئذ  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$  .

(4) بيّن أنّه: من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $(u_0 - 1)(u_1 - 1) \times \dots \times (u_n - 1) = \left(\frac{12}{5^2}\right)^{n+1}$  .

التمرين 04 : " الدالة اللوغاريتمية و الحساب التكاملي "

$f$  الدالة العددية المعرفة على  $]0; 2[ \cup ]2; +\infty[$  بـ :  $f(x) = \frac{1}{x-2} + \ln x$  .

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  .

(1) أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$  ثم فسّر النتائج بيانياً .

ب) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  .

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  على  $]0; 2[ \cup ]2; +\infty[$  وشكّل جدول تغيراتها .

(3) نسمي  $(\Gamma)$  المنحنى البياني للدالة اللوغاريتمية النيبيرية "ln" في المعلم السابق .

أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - \ln x)$  ثم فسّر النتيجة بيانياً .

ب) ادرس وضعية المنحنى  $(C_f)$  بالنسبة إلى المنحنى  $(\Gamma)$  .

(4) ارسم بعناية المنحنى  $(\Gamma)$  ثم المنحنى  $(C_f)$  .

(5)  $H$  الدالة المعرفة على المجال  $]3; +\infty[$  بـ :  $H(x) = \int_3^x \ln(t) dt$  حيث  $t$  متغير حقيقي موجب تماماً .

أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة، عيّن عبارة  $H(x)$  بدلالة  $x$  .

ب) احسب  $A$  مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  وحامل محور الفواصل

والمستقيمين ذوي المعادلتين :  $x=3$  و  $x=4$  .

الموضوع التدريبي رقم 04 : بكالوريا علوم تجريبية

التمرين 01 : " الأعداد المركبة "

- 1) نعتبر كثير الحدود  $P(z) = z^3 - 3z^2 + 3z + 7$  حيث  $Z$  للمتغير المركب  $Z$  حيث :  
 أ) بين أنه إذا كان  $Z_0$  حلا للمعادلة  $P(z) = 0$  ، فإن  $\bar{Z}_0$  حلالها أيضا ( $\bar{Z}_0$  مرافق  $Z_0$ )  
 ب) أحسب  $P(-1)$  ، ثم بين أنه من أجل كل  $Z$  من  $\mathbb{C}$  :  $P(z) = (z+1)(z^2 + az + b)$   
 حيث  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان يطلب تعيينهما . ج) حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة  $P(z) = 0$  .  
 2)  $(O; \bar{u}; \bar{v})$  معلم متعامد ومتجانس للمستوى المركب .  
 نعتبر النقط  $A$  ،  $B$  و  $C$  والتي لواحقها على الترتيب  $Z_A = -1$  ،  $Z_B = 2 + i\sqrt{3}$  ،  $Z_C = 2 - i\sqrt{3}$  .  
 أ) أحسب  $|Z_B - Z_A|$  ،  $|Z_C - Z_A|$  ، ثم استنتج طبيعة المثلث  $ABC$  .  
 ب) عين  $Z_G$  لاحقة النقطة  $G$  مرجح الجملة :  $\{(A; -1), (B; 2), (C; 2)\}$  .  
 ج) أحسب طولية وعمدة للعدد المركب  $L = \frac{\bar{z}_A - \bar{z}_C}{\bar{z}_G - \bar{z}_C}$  ، ثم أكتب  $L$  على الشكل الأسّي .  
 د) استنتج طبيعة المثلث  $GAC$  ه) بين أن  $L^{2019}$  تخيلي صرف .  
 و) عين قيم العدد الطبيعي  $n$  التي يكون من أجلها العدد  $L^n$  حقيقيا .

التمرين 02 : " المتتاليات "

$f$  الدالة المعرفة على  $[0; +\infty[$  بـ :  $f(x) = \frac{6x+5}{x+2}$  ، وليكن  $(C_f)$  المنحني الممثل لها في مستوى منسوب إلى معلم

متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  ،  $(\Delta)$  هو المستقيم ذو المعادلة  $y = x$  (أنظر الشكل)

I) تحقق أن الدالة  $f$  متزايدة تماما على المجال  $[0; +\infty[$  .

II)  $(u_n)$  متتالية معرفة بحددها الأول  $u_0 = 1$

ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_{n+1} = f(u_n)$  .

1) أ) أنقل الشكل المقابل ثم مثل على محور الفواصل الحدود  $u_0, u_1, u_2, u_3$  .

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  وتقاربها .

2) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $1 \leq u_n \leq 5$  .

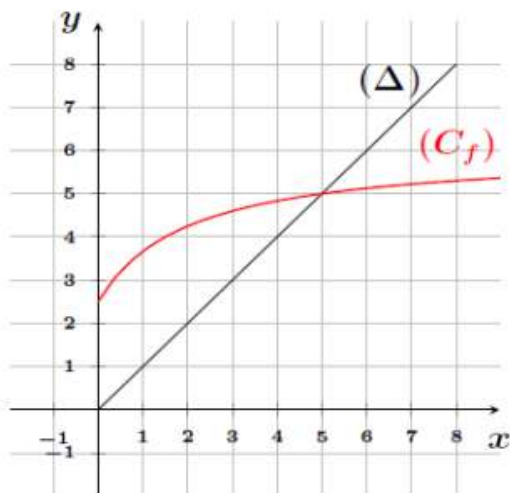
3) أدرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  ، هل هي متقاربة ؟

4) نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $v_n = \frac{u_n - 5}{u_n + 1}$  .

أ) بين أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب) عبر عن  $v_n$  ثم عن  $u_n$  بدلالة  $n$  . ج) ما هي نهاية المتتالية  $(u_n)$  ؟

5) أحسب المجموع  $S_n$  حيث :  $S_n = \frac{1}{u_0 + 1} + \frac{1}{u_1 + 1} + \dots + \frac{1}{u_n + 1}$  .



**التمرين 03 : الاحتمالات**

قسم للثالثة تقني رياضياتي به 18 تلميذا موزعين على أربع تخصصات كما يلي: 6 تلاميذ هندسة كهربائية منهم 4 ذكور ، 5 تلاميذ هندسة ميكانيكية منهم 3 ذكور ، 4 تلاميذ هندسة مدنية كلهم ذكور و 3 تلاميذ هندسة الطرائق كلهم إناث .  
// نريد تشكيل لجنة تضم 4 تلاميذ من هذا القسم بطريقة عشوائية .

(1) احسب احتمال كل من الحدثين التاليين :

A " اللجنة تضم تلاميذا من نفس التخصص " B " تلاميذ اللجنة من نفس الجنس "

(2) بين أن  $P(A \cap B) = \frac{1}{1530}$  ، واستنتج احتمال أن تضم اللجنة تلاميذا من نفس التخصص أو من نفس الجنس .

// نريد الآن وبطريقة عشوائية تعيين تلميذين من هذا القسم أحدهم رئيس والآخر نائب .  
نعتبر X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل لجنة عدد تلاميذ الهندسة الكهربائية فيها .

(1) برر أن القيم الممكنة لـ X هي  $\{0;1;2\}$  ثم عرف قانون احتمال X .

(2) احسب  $E(X)$  الأمل الرياضي لـ X ثم عين قيمة العدد الحقيقي  $\alpha$  بحيث يكون :  $E(2025X + \alpha) = 2024$

**التمرين 04 : الدالة الأسية و الحساب التكاملي**

I. ا. الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $g(x) = 2 + (x - 2)e^{-x+2}$

(1) ادرس تغيرات الدالة g .

(2) بين ان المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث :  $1.14 < \alpha < 1.15$  .

(3) استنتج اشارة  $g(x)$  حسب قيم x .

II. لتكن الدالة العددية f المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = 2x - 1 - (x - 1)e^{-x+2}$  ،  $(C_f)$  التمثيل البياني للدالة في المعلم

المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  حيث  $\|\vec{i}\| = 2cm; \|\vec{j}\| = 2cm$

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ج-بين أنه من اجل كل عدد حقيقي x :  $f'(x) = g(x)$  ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

د-بين أن  $f(\alpha) = 2\alpha + 1 + \frac{2}{\alpha - 2}$  ثم استنتج حصرا للعدد  $f(\alpha)$  .

(2) أ-اثبت ان المنحنى  $(C_f)$  يقبل مستقيما مقاربا مائلا  $(\Delta)$  معادلته :  $y = 2x - 1$

ب-ادرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  بالنسبة الى  $(\Delta)$  .

ج-بين ان المنحنى  $(C_f)$  يقبل مماسا  $(T)$  يوازي  $(\Delta)$  يطلب اعطاء معادلة ديكارتية له .

ب-احسب  $f(0)$  ،  $f(2)$  ثم ارسم  $(\Delta)$  ،  $(T)$  و  $(C_f)$  .

(3) عين بيانا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة  $(E)$  ذات المجهول الحقيقي x التالية حلين متمايزين :

$$(E): 2m - 1 - (x - 1)e^{-x+2} = 0$$

III. (أ) عين باستعمال التكامل بالتجزئة الدالة الاصلية H للدالة  $h : x \mapsto (x - 1)e^{-x+2}$  على  $\mathbb{R}$  والتي تنعدم عند 0 .

(ب) ليكن  $\lambda$  عددا حقيقيا حيث  $\lambda > 1$  ،  $A(\lambda)$  مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  والمستقيم

$(\Delta)$  والمستقيمتان التي معادلاتها :  $x = 1; x = \lambda$

• احسب المساحة  $A(\lambda)$  بدلالة  $\lambda$  ثم احسب  $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} A(\lambda)$

الموضوع التدريبي رقم 05 : بكالوريا علوم تجريبية

التمرين 01 : " الأعداد المركبة " 4 ن

I- نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة  $\mathbb{C}$  كثير الحدود  $P(z)$  حيث :  $P(z) = z^3 - 8$

1 تحقق أن :  $z^3 - 8 = (z - 2)(z^2 + 2z + 4)$

2 إستنتج كل حلول المعادلة  $P(z) = 0$

II- نعتبر في المستوي المركب  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  النقط  $A, B, C$  ذات اللواحق

$z_C = 2, z_B = \bar{z}_A, z_A = -1 + \sqrt{3}i$  على الترتيب

1 أكتب  $z_C, z_B, z_A$  على الشكل الأسّي

2 إستنتج أن النقط  $A, B, C$  تنتمي إلى نفس الدائرة ( يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها )

3 بين أن :  $z_A^{2023} = 2^{2022} z_A$

4 أكتب العدد المركب  $L = \frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$  على الشكل الجبري ثم الأسّي

5 إستنتج طبيعة المثلث  $ABC$

التمرين 03 : " المتتاليات العددية " 5 ن

لتكن المتتاليتان  $(u_n)$  و  $(v_n)$  المعرفتان على  $\mathbb{N}$  ب :  $u_n = \frac{2^n + 3n - 1}{2}, v_n = \frac{2^n - 3n + 1}{2}$  على الترتيب

1 أحسب الحدود  $u_0, u_1, u_2$  و  $v_0, v_1, v_2$

2 لتكن المتتالية  $(w_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  ب :  $w_n = u_n - v_n$

أ/ أثبت أن  $(w_n)$  متتالية حسابية معيناً أساسها وحدها الأول

ب/ أحسب المجموع  $S = w_0 + w_1 + \dots + w_{10}$

3 لتكن المتتالية  $(t_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  ب :  $t_n = u_n + v_n$

أ/ أثبت أن  $(t_n)$  متتالية هندسية معيناً أساسها وحدها الأول

ب/ أحسب المجموع  $S' = t_0 + t_1 + \dots + t_{10}$

4 ليكن :  $S_1 = u_0 + u_1 + \dots + u_{10}, S_2 = v_0 + v_1 + \dots + v_{10}$

أ/ تحقق أن :  $S = S_1 - S_2$  و  $S' = S_1 + S_2$

ب/ إستنتج قيمة كل من  $S_1$  و  $S_2$

التمرين 02 : " الاحتمالات " 4 ن

- يحتوي كيس على ثلاث كريات بيضاء تحمل العدد 0 ، وخمس كريات سوداء تحمل العدد -3 ، وكريتين حمراوتين تحملان العدد  $\alpha$  ( حيث  $\alpha \in \mathbb{N}^*$  ) ، كل الكريات متماثلة ولا نفرق بينها عند اللمس نسحب عشوائيا كرتين من الكيس في آن واحد
- 1 أحسب إحتمال الأحداث الأتية :  $A$  : " الحصول على كريتين من نفس اللون "
  - $B$  : " الحصول على كريتين جداء الأعداد المسجلة عليها معدوم " ،  $C$  : " سحب كريتين حمراوين على الأكثر "
  - 2 نعتبر المتغير العشوائي  $X$  الذي يرفق بكل عملية سحب ، مجموع العددين المسجلين على الكريتين عرف قانون إحتمال للمتغير العشوائي  $X$
  - 3 بين أن :  $E(X) = \frac{2}{5}\alpha - 3$
  - 4 عين أصغر قيمة للعدد الطبيعي  $\alpha$  حتى يكون  $E(X) > 0$

التمرين 04 : " الدالة الأسية و الحساب التكاملي " 7 ن

- I- لتكن الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $g(x) = x + e^x$
- 1 أدرس إتجاه تغير الدالة  $g$
  - 2 بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث :  $-0.57 < \alpha < -0.56$
  - 3 استنتج حسب قيم العدد الحقيقي  $x$  إشارة  $g(x)$
- II-  $f$  هي الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بالعبارة :  $f(x) = x - xe^{1-x}$  ،  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم  $(O; \vec{i}, \vec{j})$
- 1 أحسب نهايتي الدالة  $f$  عند  $-\infty$  وعند  $+\infty$
  - 2 بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = x$  مقارب لـ  $(C_f)$  بجوار  $+\infty$  ، ثم أدرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى  $(\Delta)$
  - 3 أ/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  فإن :  $f'(x) = e^{1-x}g(x-1)$   
ب/ إستنتج أن الدالة  $f$  متزايدة تماما على  $[\alpha + 1; +\infty[$  ومتناقصة تماما على  $]-\infty; \alpha + 1]$   
ج/ شكل جدول تغيرات الدالة  $f$
  - 4 أكتب معادلة المماس (T) للمنحني  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 1
  - 5 أحسب  $f(-1)$  ، ثم أنشئ كلا من (T) ،  $(\Delta)$  و  $(C_f)$  . ( نأخذ  $f(\alpha + 1) = -0.4$  )
- III-  $\lambda$  عدد حقيقي موجب تماما
- 1 بإستعمال التكامل بالتجزئة عين دالة أصلية للدالة  $x \mapsto xe^{1-x}$  على  $\mathbb{R}$  والتي تنعدم عند 0
  - 2 أحسب بدلالة  $\lambda$  المساحة  $A(\lambda)$  للحيز المستوي المحدد بـ  $(C_f)$  والمستقيم  $(\Delta)$  والمستقيمين اللذين معادلتيهما  $x = \lambda$  و  $x = 0$

الموضوع التدريبي رقم 06 : بكالوريا علوم تجريبية

التمرين 01 : " الأعداد المركبة " 4 ن

- 1-  $P(z) = z^3 - 3z^2 + 3z + 7$  كثير حدود للمتغير المركب  $z$  حيث :  
 (أ) احسب  $P(-1)$  ، ثم عين العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$  حتى يكون :  $P(z) = (z+1)(z^2 + az + b)$ .  
 (ب) حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة  $P(z) = 0$ .
- 2- في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس  $(o, \vec{i}, \vec{j})$  نعتبر النقط  $A, B, C, G$  لواحقها على الترتيب  
 $z_A = -1$  ،  $z_B = 2 + i\sqrt{3}$  ،  $z_C = 2 - i\sqrt{3}$  و  $z_G = 3$   
 (أ) عين قيم العدد الطبيعي  $n$  حتى يكون  $(z_B - z_A)^n$  عددا حقيقيا سالبا.  
 (ب) احسب الأطوال  $AB, AC, BC$  ، ثم عين طبيعة المثلث  $ABC$ .
- 3- (أ) اكتب  $\frac{z_A - z_C}{z_G - z_C}$  على الشكل الأسّي ، ثم استنتج أن صورة  $A$  بتحويل نقطي يطلب تعيينه.  
 (ب) جد مركز و نصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث  $ACG$ .
- 4- (أ) بين أن النقطة  $G$  مرجح الجملة  $\{(A, -1), (B, 2), (C, 2)\}$ .  
 (ب) عين مجموعة النقط  $M$  من المستوي حيث :  $\|-\overline{AM} + 2\overline{BM} + 2\overline{CM}\| = \|\overline{BM} - \overline{CM}\|$

التمرين 03 : " المتتاليات العددية " 5 ن

- المتتالية العددية  $(u_n)$  معرفة بـ:  $u_0 = 3 + e^{-2}$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_{n+1} = u_n^2 - 6u_n + 12$
- (1) أ . تَحَقَّقْ أَنَّهُ مِنْ أَجْلِ كُلِّ عِدَدٍ طَبِيعِيٍّ  $n$  ،  $u_{n+1} = (u_n - 3)^2 + 3$   
 ب . برهن بالتراجع أَنَّهُ مِنْ أَجْلِ كُلِّ عِدَدٍ طَبِيعِيٍّ  $n$  ،  $3 < u_n < 4$
- (2) أ . ادرس اتجاه تَغْيِيرِ المتتالية  $(u_n)$   
 ب . استنتج أَنَّ  $(u_n)$  متقاربة.
- (3) المتتالية العددية  $(v_n)$  معرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $v_n = \ln(u_n - 3)$   
 أ . بَيِّنْ أَنَّ المتتالية  $(v_n)$  هندسية أساسها 2 يُطلب حساب حدّها الأوَّل .  
 ب . اكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج أَنَّهُ مِنْ أَجْلِ كُلِّ عِدَدٍ طَبِيعِيٍّ  $n$  ،  $u_n = 3 + e^{(-2^{n+1})}$   
 ج . احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$
- (4) نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $P_n = (u_0 - 3)(u_1 - 3) \times \dots \times (u_n - 3)$   
 احسب  $P_n$  بدلالة  $n$

**التمرين 02 : " الاحتمالات " 4 ن**

توجد إجابة صحيحة واحدة من بين الأجوبة المقترحة في كل حالة من الحالات التالية. اختر الإجابة الصحيحة مبررا اختيارك.  
يحتوي كيس على ثلاث كريات بيضاء تحمل الأرقام 1، 2، 3 و كريتين سوداوين تحملان الرقمين 1، 2.  
(الكريات لا نفرق بينها عند اللمس)

نسحب من الكيس 3 كريات عشوائيا وفي آن واحد.

$X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكريات السوداء المسحوبة.

(1) قيم المتغير العشوائي  $X$  هي : أ)  $\{1; 2; 3\}$  ب)  $\{0; 2; 3\}$  ج)  $\{0; 1; 2\}$ .

(2) الأمل الرياضي  $E(X)$  هو : أ)  $E(X) = \frac{4}{5}$  ب)  $E(X) = \frac{6}{5}$  ج)  $E(X) = \frac{11}{10}$ .

(3) احتمال الحصول على كرية واحدة سوداء تحمل الرقم 1 من الكريات المسحوبة :

يساوي : أ)  $\frac{7}{10}$  ب)  $\frac{9}{10}$  ج)  $\frac{3}{5}$ .

(4) احتمال باقى قسمة مجموع مربعات الأرقام التي تحملها الكريات المسحوبة على 13 هو 1 :

يساوي : أ)  $\frac{2}{5}$  ب)  $\frac{3}{10}$  ج)  $\frac{1}{5}$ .

**التمرين 04 : " الدالة الأسية و الحساب التكاملي " 7 ن**

(I) الدالة العددية  $g$  معرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $g(x) = 1 - e^{2x} - 2x e^{2x}$

(1) أ) عين نهايتي الدالة  $g$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) احسب  $g(0)$  واستنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$

(II)  $f$  دالة العددية معرفة على  $\mathbb{R}$  ب:  $f(x) = x + 3 - x e^{2x}$

نرمز بـ  $(C_f)$  لتمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) عين نهاية الدالة  $f$  عند  $+\infty$  وعند  $-\infty$

(2) بين أن  $(C_f)$  يقبل مستقيما مقاربا مائلا  $(\Delta)$  يطلب تعيين معادلة له .

(3) ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(4) بين أن  $(C_f)$  يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما  $\alpha$  و  $\beta$  حيث  $-3,5 < \alpha < -3$  و  $0,5 < \beta < 1$

(5) ارسم  $(\Delta)$  و  $(C_f)$

(6) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة ، عين الدالة الأصلية للدالة  $x e^{2x} \rightarrow x$  التي تنعدم من أجل  $x = 0$

ب) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بـ  $(C_f)$  والمستقيم  $(\Delta)$  والمستقيمين ذي المعادلتين  $x = 0$  و  $x = 1$

(III)  $h$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R} - \{0\}$  كما يلي :  $h(x) = \frac{1 + 3x - e^{\frac{2}{x}}}{x}$

أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  غير معدوم :  $h(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة  $h$  ، ثم شكل جدول تغيراتها